(pokračovanie tab. 1.2)

Výrobné možnosti	Výroba potravín	Výroba elektronických zariadení	Náklady alternatívnych príležitostí	Hraničná miera technickej substitúcie
F	190	0	70	$\frac{0-75}{190-180}=-7,5$

Hraničná miera substitúcie napríklad v bode E znamená, že ak by ekonomika chcela zvýšiť výrobu potravín o jednotku, musí sa vzdať štyroch jednotiek elektronických zariadení.

Príklad 1.11: Na trhu s piatimi tovarmi: T1 – práca typu A, T2 – práca typu B, T3 – výrobok A, T4 – výrobok B, T5 – výrobok C a rovnovážnymi cenami tovarov danými vektorom $\mathbf{p}^T=(3;6;2;5;7)$ pôsobia traja spotrebitelia S1, S2, S3 a dvaja výrobcovia F1, F2 týchto tovarov. Sú známe nasledujúce vektory spotrebných stratégií spotrebiteľov a výrobných stratégií firiem, ako aj matica rozdelenia zisku A uvedených dvoch firiem medzi troch spotrebiteľov na základe ich účastín vo firmách:

$$S1 \quad \mathbf{x}^{11T}=(-5;-2;2;3;2) \qquad F1 \quad \mathbf{y}^{11T}=(-8;-5;8;11;6)$$
$$\mathbf{x}^{12T}=(-6;-4;4;2;3) \qquad \mathbf{y}^{12T}=(-12;-3;13;2;9)$$

$$S2 \quad \mathbf{x}^{21T}=(-3;-4;5;4;0) \qquad F2 \quad \mathbf{y}^{21T}=(-6;-7;9;7;8)$$
$$\mathbf{y}^{12T}=(-11;-8;10;6;3)$$
$$\mathbf{y}^{23T}=(-6;-10;12;4;4)$$

$$S3 \quad \mathbf{x}^{31T}=(0;-5;4;2;1)$$
$$\mathbf{x}^{32T}=(-4;-4;3;3;2)$$

$$A=\begin{bmatrix}0 & 1/6\\ 0 & 1/3\\ 1 & 1/2\end{bmatrix}$$

Funkcie užitočnosti jednotlivých spotrebiteľov majú nasledujúce analytické tvary:

$$S1\ldots U_1(x_1,x_2,x_3,x_4,x_5)=-2x_1+x_2x_3+2x_4+x_5$$
$$S2\ldots U_2(x_1,x_2,x_3,x_4,x_5)=x_1+x_2+2x_3x_4+2x_5$$
$$S3\ldots U_3(x_1,x_2,x_3,x_4,x_5)=3x_1x_2x_3+x_4x_5$$

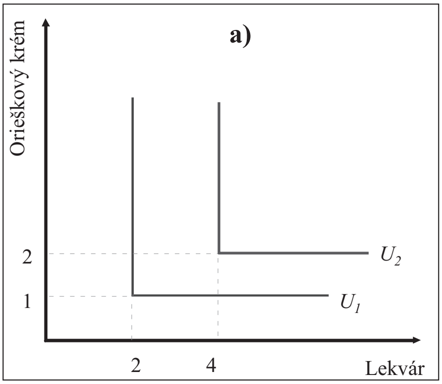
1.5 Otázky na opakovanie

1. Definujte ekonómiu.
2. Aký je rozdiel medzi mikroekonómiou a makroekonómiou?
3. Prečo sa hovorí, že ekonómia je vedou ohraničení?
4. V čom spočíva optimalizácia?
5. Akú funkciu majú ohraničenia v ekonomickom rozhodovaní? Na čo slúžia účelové funkcie?
6. Vysvetlite, v čom spočíva princíp racionálnosti.
7. Definujte tri hlavné trhy a väzby medzi nimi.
8. Aký je rozdiel medzi endogénnymi a exogénnymi premennými modelu? Má význam vytvoriť model iba z exogénnych premenných? Svoju odpoveď zdôvodnite.
9. Čo predstavuje hranica produkčných možností?
10. Aký je rozdiel medzi pozitívnou a normatívnou ekonómiou? Ktoré z nasledujúcich tvrdení patria do pozitívnej a ktoré do normatívnej ekonómie?
    a) Aký vplyv budú mať internetové aukcie na zisky lokálnych automobilových predajcov?
    b) Môže vláda stanoviť špeciálne dane na tovar predávaný prostredníctvom internetu?
11. Znázornite model ekonomického kolobehu.
12. Čo predstavujú funkcia dopytu a funkcia ponuky? Aké vplyvy pôsobia na posun týchto kriviek?
13. Vysvetlite rozdiel medzi ekonomickými a neekonomickými vplyvmi na posun kriviek dopytu a ponuky.
14. Aký je rozdiel medzi cenou, hodnotou a nákladmi?
15. Čo vznikne na trhu otvorenej ekonomiky, ak sa cena tovarov zvýši nad úroveň rovnovážnej ceny?
16. Aký je rozdiel medzi trhovou, individuálnou a agregovanou ponukou?
17. Čo predstavuje nadbytok (renta) výrobcov a nadbytok (renta) spotrebiteľov? Prečo môžu tieto situácie na trhu vzniknúť?
18. Predpokladajme, že sa zvýši cena cukru. Ako táto zmena ovplyvní dopyt po cukríkoch a ich ponuku?
19. Vysvetlite, prečo nedostatok tovarov vedie k zvýšeniu trhovej ceny a, naopak, v prípade prebytku tovarov nastáva zníženie ceny.
20. Použite funkciu dopytu a ponuky pre znázornenie nasledujúcich vplyvov na trh s čokoládou:
    a) Cena cukroviniek stúpne o 100 %.
    b) Odborná štúdia dokázala nepriaznivý vplyv čokolády na zdravie jej konzumentov.
    c) Nepriaznivé počasie zapríčinilo o polovicu nižšiu úrodu kakaových bôbov ako v predchádzajúcich rokoch.
    d) Cena obalov na čokoládu sa zvýšila o 300 %.

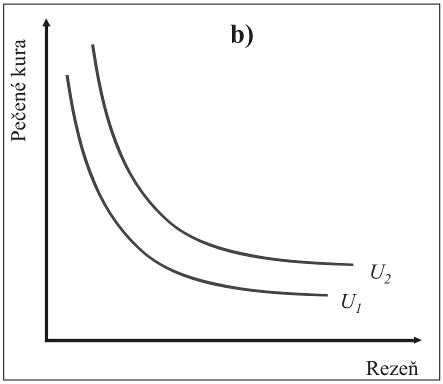
Príklad 2.12: Pre nasledujúce skupiny tovarov načrtnite dve indiferenčné krivky U_1, U_2, pričom $U_1 < U_2$. Pre každú kombináciu tovarov použite nový graf, pričom na os *x* zakreslite prvý z uvedených tovarov:

a) Lekvár a orieškový krém – spotrebiteľ konzumuje tieto dva tovary v presne stanovenom pomere: zje vždy 2 jednotky lekváru a 1 jednotku orieškového krému.

b) Rezeň a pečené kura – spotrebiteľ má obe jedlá rád a pri ich spotrebe má klesajúcu hraničnú mieru spotrebiteľskej substitúcie pri nahrádzaní rezňa za pečené kura.



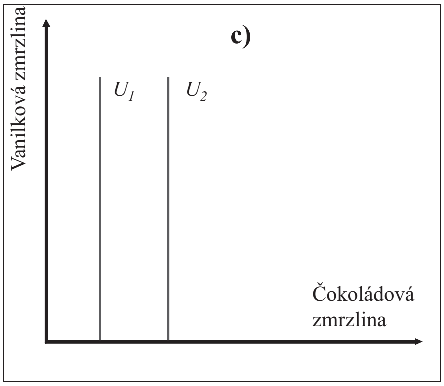
Obr. 2.4



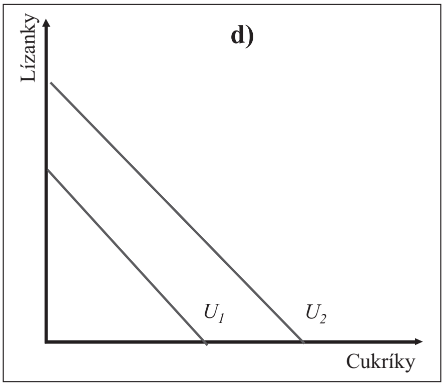
Obr. 2.5

c) Vanilková a čokoládová zmrzlina – voči vanilkovej zmrzline je spotrebiteľ indiferentný (aj ju má rád, aj nie), pričom čokoládovú zmrzlinu vždy preferuje.

d) Cukríky a lízanky – spotrebiteľ má rád oba tieto tovary a je mu jedno, či zje jeden cukrík alebo jednu lízanku.



Obr. 2.6



Obr. 2.7

2.7 Príloha II – Konkávne a konvexné funkcie

Nech X je konvexnou množinou. Funkcia f: $X \to R$ je konkávna na množine X pre všetky $x, x' \in X$ a všetky t, $0 \le t \le 1$ máme $f\left(tx + (1-t)x'\right) \ge tf(x) + (1-t) f(x')$.

Funkcia f je *rýdzo konkávna* na množine X ak $f\left(tx + (1-t)x'\right) > tf(x) + (1-t) f(x')$, pre všetky $x \ne x' \in X$, $0 < t < 1$.

Funkcia f: $X \to R$ je *rýdzo konvexná* na množine X, ak funkcia $-f$ je na množine X konkávna.

Lineárna funkcia je tak konkávna ako aj konvexná. Súčet dvoch konkávnych (konvexných) funkcií je konkávnou (konvexnou) funkciou.

Ak funkcia f definovaná na konvexnej množine X má spojité druhé parciálne derivácie, je konkávna (konvexná) vtedy a len vtedy, ak Hessova matica druhých parciálnych derivácií $D^2 f(x)$ je záporne (kladne) semidefinitná na množine X. Funkcia f je rýdzo konkávna (rýdzo konvexná), ak je Hessova matica $D^2 f(x)$ záporne (kladne) definitná na množine X.

Rýdza konkávnosť funkcie $f(x)$ môže byť nájdená prostredníctvom hlavných subdeterminantov Hessovej matice, ktorá musí byť v tvare:

$$\begin{vmatrix} f_{11} & f_{12} \\ f_{21} & f_{22} \end{vmatrix} > 0, \begin{vmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} \end{vmatrix} < 0, \ldots$$

kde $f_{ij} = \dfrac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j}$. [18]

2.8 Príloha III – Voľný a viazaný extrém funkcie

Voľný extrém funkcie

Hľadanie voľného extrému funkcie vychádza z nasledujúcich matematických poznatkov:

Skúmajme minimalizačnú (maximalizačnú) úlohu:

$$f(x) \to min,\ x \in R^n \ \ (f(x) \to max, x \in R^n)$$

Za predpokladu diferencovateľnosti funkcie $f(x)$ môžeme na základe vlastností vektora prvých parciálnych derivácií formulovať tzv. nutné podmienky prvého a za predpokladu, že funkcia je dvakrát diferencovateľná, a teda existuje Hessova matica druhých parciálnych derivácií funkcie, môžeme formulovať tzv. nutné podmienky druhého rádu.

Nutné podmienky prvého rádu

Nech funkcia f: $R^n \to R$ je diferencovateľná v bode $\mathbf{x}^0$, nutné podmienky prvého rádu pre to, aby $\mathbf{x}^0$ bol lokálnym minimom (maximom) funkcie $f(x)$, sú, aby bod $\mathbf{x}^0$ bol stacionárnym bodom funkcie, t. j. aby platilo $\nabla f(x^0) = \left(\dfrac{\partial f(x^0)}{\partial x_1}, \dfrac{\partial f(x^0)}{\partial x_2}, \ldots, \dfrac{\partial f(x^0)}{\partial x_n} \right)^T = 0.$

4 NÁKLADOVÁ ANALÝZA

Explicitné náklady – náklady, ktoré majú charakter výdavkov, prejavujú sa vo forme zníženia cash flow vo firme [4].

Implicitné náklady – všetky náklady, aj tie, ktoré sa neprejavujú vo forme reálnych výdavkov, teda zníženia objemu finančných prostriedkov [4].

Oportunitné náklady – predstavujú náklady obetovanej príležitosti, teda v poradí druhej najlepšej alternatívy, ktorá nebola v rámci rozhodovania vybraná. Oportunitné náklady predstavujú úsporu alebo zisk, ktorý firma stráca výberom inej alternatívy.

Ekonomicky opodstatnené náklady – suma explicitných a implicitných nákladov.

Účtovné náklady – skutočne vynaložené náklady, ktorých výška sa prejaví v účtovníctve firmy [8].

Utopené náklady – náklady, ktoré boli vynaložené v minulosti a nedajú sa žiadnym rozhodnutím zmeniť alebo ovplyvniť. Firma sa môže vyhnúť utopeným nákladom, pretože výšku týchto nákladov závažným spôsobom ovplyvňuje manažérske rozhodovanie. Až po skočení rozhodovacieho procesu môžeme jednoznačne označiť niektoré náklady za utopené.

Minimalizácia nákladov – predstavuje riešenie kombinácie produkčných vstupov tak, aby pre zadaný objem výstupu boli minimálne, resp. čo možno najnižšie. Firma, ktorá sa rozhodne svoju stratégiu budovať na minimalizácii nákladov, sa stáva na svojom trhovom segmente nákladovým vodcom.

Náklady v krátkom období – firma v krátkom období môže niektoré vstupy variabilne meniť a iné zostávajú nemenné. Z tohto hľadiska pristupujeme k rozdeleniu nákladov na variabilné a fixné. Variabilné náklady charakterizuje priama závislosť od objemu výstupu a z hľadiska bližšieho delenia nikdy nebudú utopenými nákladmi. Naopak fixné náklady sú nezávislé od objemu produkcie a z hľadiska bližšej charakteristiky ich v určitých situáciách budeme považovať za utopené náklady. Rozhodnutie o tom, či možno považovať fixné náklady za utopené závisí od možnosti ich eliminácie. Ak firma nedokáže eliminovať výšku fixných nákladov manažérskym rozhodnutím, potom ich považujeme za utopené.

Náklady v dlhom období – v dlhodobom horizonte môžeme považovať všetky vstupy transformačného procesu za variabilné a z uvedeného hľadiska budeme považovať aj všetky náklady za variabilné.

Minimalizácia nákladov v krátkom období – predstavuje minimalizáciu nákladov na zadaný objem produkcie pri fixnosti jedného zo vstupov. Na základe nemennosti objemu spotreby jedného zo vstupov firma pristupuje k minimalizácii nákladov na variabilný vstup (variabilné vstupy).

Minimalizácia nákladov v dlhom období – predstavuje minimalizáciu nákladov na zadaný objem produkcie pri variabilite všetkých vstupov. Firma v rámci rozhodovania rieši tento problém: $TC = wL + rK \rightarrow min$ pre $Q = f(K; L)$. Grafickým zobrazením

Príklad 4.37: Predpokladajme, že nami analyzovaná firma využíva pri produkcii svojich výrobkov tri výrobné vstupy – prácu, kapitál a materiál. Produkčná funkcia firmy využívajúcej tri produkčné vstupy má tvar $Q: f(K;L;M) = KLM$. Cena výrobných vstupov je: cena práce w 5 jednotiek, cena kapitálu r 1 jednotka a cena materiálu m 2 jednotky.

Úlohy:

a) Odvoďte funkcie hraničných produktov jednotlivých vstupov.

Hraničné produkty jednotlivých variabilných výrobných vstupov odvodíme z funkcie celkového produktu takto: $MP_K = LM$; $MP_L = KM$; $MP_M = KL$.

b) Predpokladajme, že firma bude chcieť vyprodukovať určitý objem výstupov na úrovni Q. Preukážte závislosť medzi celkovým objemom produkcie a objemom spotreby variabilného výrobného vstupu, ktorý minimalizuje náklady na objem produkcie.

Dôkaz o existencii závislosti medzi minimalizáciou nákladov na variabilný vstup a objemom spotreby variabilného vstupu je odvodenie dopytových funkcií po produkčných vstupoch, ktoré túto závislosť preukazujú. Pre odvodenie dopytových funkcií po produkčných vstupoch použijeme kritérium maximalizácie.

$$\frac{MP_L}{MP_K} = \frac{w}{r} \Rightarrow \frac{KM}{LM} = \frac{w}{r}$$

$$\frac{MP_M}{MP_L} = \frac{m}{w} \Rightarrow \frac{KL}{KM} = \frac{m}{w}$$

Z vymedzených kritérií maximalizácie vyjadríme premenné K a M:

$$K = \frac{wL}{r}$$

$$M = \frac{wL}{m}$$

Premenné K a M dosadíme do produkčnej funkcie:

$$Q: f(K;L;M) = KLM = \frac{wL}{r} \cdot L \cdot \frac{wL}{m}$$

Vyjadrením premennej L z produkčnej funkcie odvodíme dopytovú funkciu po produkčnom vstupe práca:

$$L = \frac{Qrm}{w^2}$$

Spätným dosadením dopytovej funkcie práce do vyjadrenia premenných K a L získame dopytové funkcie kapitálu a materiálu:

$$K = \frac{w \cdot \frac{Qrm}{w^2}}{r} = \frac{Qrm}{wr}$$

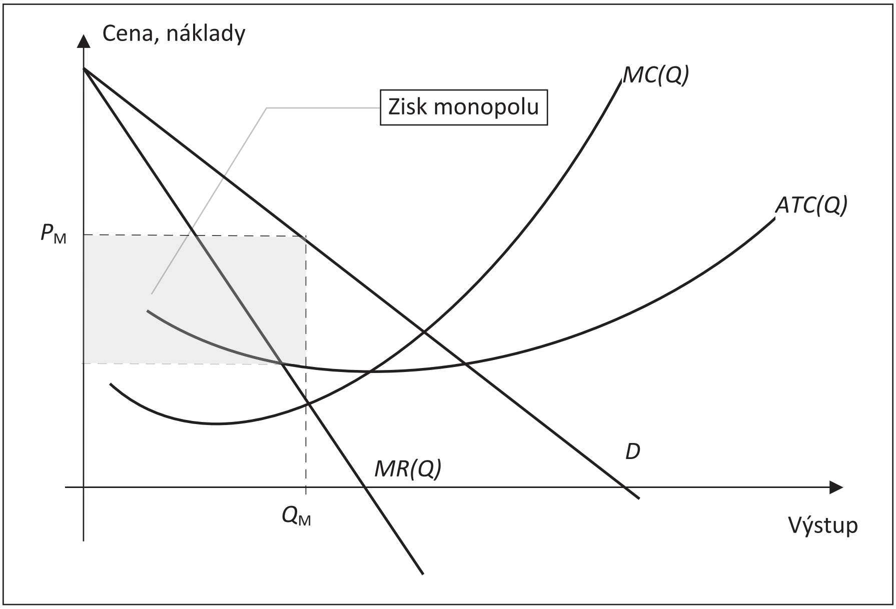
Poznámka 6.1

Rozdiel v cene konkurenčnej firmy a monopolu pri ponúkaní toho istého výrobku a na tom istom trhu pri identických výrobných nákladoch vyplýva z vlastností riešenia optimalizačnej úlohy maximalizácie zisku monopolu. Monopol na rozdiel od firmy pôsobiacej v prostredí dokonalej konkurencie môže pri rešpektovaní funkcie dopytu stanoviť pre svoju optimálnu výrobnú stratégiu tak trhovú cenu P^*, ako aj objem ponuky produkcie Q^*. Za predpokladu, že okrem nákladovej funkcie $TC(Q)$ firma pozná aj svoju cenovo-odbytovú funkciu, t. j. inverznú funkciu dopytu po svojom výrobku:

$$P = P(Q) \qquad P(Q): R \rightarrow R$$

možno problém optimálneho rozhodovania monopolu formalizovať v tvare nasledujúcej úlohy matematického programovania:

$$\pi(Q) = Q \times P(Q) - TC(Q) \tag{6.1}$$



Obr. 6.2 **Optimálna cena a optimálna ponuka monopolu**

Skúmajme úlohu (6.1). Za predpokladu, že nákladová funkcia $TC(Q)$ a cenovo-odbytová funkcia $P(Q)$ sú hladké, je aj funkcia zisku $\pi(Q)$ hladká a firma maximalizuje svoj zisk pre taký objem produkcie Q^*, ktorý vyhovuje nasledujúcemu vzťahu odvodenému z nutnej podmienky existencie extrému funkcie zisku:

$$\frac{d\pi(Q)}{dQ} = \frac{dTR(Q)}{dQ} - \frac{dTC(Q)}{dQ} = 0 \tag{6.2}$$

Inými slovami, firma maximalizuje svoj zisk pre taký objem produkcie Q^*, keď sa marginálne tržby firmy rovnajú jej marginálnym nákladom.

Preskúmajme podrobnejšie výraz v zátvorke na ľavej strane rovnice. Vyžijúc formulu pre vlastnú cenovú elasticitu ho možno preformulovať takto:

$$P(Q)\left(1+\frac{1}{\varepsilon(Q)}\right)=\frac{dTC(Q)}{dQ}+t$$

Optimálny objem produkcie monopolu po zavedení dane z množstva potom vypočítame na základe riešenia rovnice:

$$P(Q)=\left(\frac{\varepsilon(Q)}{1+\varepsilon(Q)}\right)(MC(Q)+t)$$

Kde $\varepsilon(Q)$ je vlastná cenová elasticita dopytu. Optimálnu cenu tovaru P_{DM} zodpovedajúcu objemu ponuky Q_{DM} určíme zo vzťahu $P_{DM} = P(Q_{DM})$ na základe cenovo-odbytovej funkcie. Situácia je znázornená na obr. 7.1.

Všimnime si, že po zavedení dane z množstva vo výške t by pri požiadavke výroby pôvodného objemu tovarov Q^* cena tovaru musela vzrásť o hodnotu:

$$\Delta P(Q^*)=P_{DM}(Q^*)-P(Q^*)=\left(\frac{\varepsilon(Q^*)}{1+\varepsilon(Q^*)}\right)(MC(Q*)+t)-\left(\frac{\varepsilon(Q^*)}{1+\varepsilon(Q^*)}\right)MC(Q*)=t\frac{\varepsilon(Q^*)}{1+\varepsilon(Q^*)}$$

Takže zavedenie dane z množstva spôsobí, že cena tovaru sa zmení o hodnotu t-násobku multiplikátora elasticity $\dfrac{\varepsilon(Q)}{1+\varepsilon(Q)}$, pričom za predpokladu elastického dopytu, čiže pre hodnoty $\varepsilon(Q) < -1$ cena tovaru vzrastie a monopol odvedie štátu daň vo výške $DM = Q_{DM} \times t$.

Príklad 7.4

Preskúmajme správanie monopolu pri zavedení dane z množstva produkcie, pričom nákladová funkcia monopolu aj cenovo-odbytová funkcia sú lineárne funkcie v tvare:

$$TC(Q)=6+4Q$$
$$P(Q)=40-2Q$$

Úloha 1:

Vypočítajte optimálnu ponuku a optimálnu cenu výrobku monopolu maximalizujúcu jeho zisk.

Úloha 2:

Ako sa zmení optimálna ponuka a optimálna cena výrobku monopolu po zavedení dane z množstva vo výške $t = 4$.

Riešenie:

1. Formulujme funkciu zisku monopolu:

$$\pi(Q) = TR(Q) - MC(Q)$$
$$\pi(Q) = P(Q)Q - TC(Q)$$
$$\pi(Q) = (40 - 2Q)Q - (6 + 4Q)$$
$$\pi(Q) = 36Q - 2Q^2 - 6$$

Preverme nutnú podmienku existencie extrému funkcie zisku:

$$\frac{d\pi(Q)}{dQ} = 36 - 4Q = 0$$
$$Q_M = 9$$

Tento objem výrobkov ponúka monopol na trhu za cenu $P_M = P(Q_M) = 40 - 2Q_M = 22$, pričom tržby monopolu sú $TR(Q_M)$ = 198 PJ, náklady na výrobu monopolu sú $TC(Q_M)$ = 42 PJ a zisk monopolu je $\pi(Q_M)$ = 156 PJ.

2. V prípade zavedenia dane z množstva vo výške t = 4 sa funkcia zisku zmení takto:

$$\pi(Q) = (P(Q) - t)Q - TC(Q)$$
$$\pi(Q) = (40 - 2Q - t)Q - (6 + 4Q) = (40 - 2Q - 4)Q - (6 + 4Q)$$
$$\pi(Q) = 32Q - 2Q^2 - 6$$

Preverme nutnú podmienku existencie extrému funkcie zisku:

$$\frac{d\pi(Q)}{dQ} = 32 - 4Q = 0$$
$$Q_{DM} = 8$$

Tento objem výrobkov ponúka monopol po zavedení dane z množstva t = 4 za cenu $P_{DM} = P(Q_M) = 40 - 2Q_{DM} = 24$, pričom tržby monopolu sú $TR(Q_M)$ = 192 PJ, náklady na výrobu sú $TC(Q_{DM})$ = 38 PJ a zisk monopolu je $\pi(Q_M)$ = 122 PJ a monopol odvedie štátu daň z množstva vo výške DM = 32 PJ. Poznamenajme, že daň z množstva t = 4 PJ zodpovedá zvýšeniu ceny monopolu pred zdanením o 16,66 %.

Preskúmajme, akým spôsobom sa na tvorbe tohto príjmu štátu podieľal spotrebiteľ a akým spôsobom monopol. Zavedenie dane z množstva vo výške t = 4 PJ spôsobilo reálne zvýšenie ceny tovaru z hľadiska spotrebiteľa iba o hodnotu ΔP = 24 – 22 = 2 PJ, čo predstavuje 50 % množstvovej dane, a to znamená, že na odvode štátu sa rovnakou mierou 16 PJ podieľali spotrebitelia aj monopol.

Príklad 7.5: Predpokladajme, že monopol pôsobí na trhu, kde je dopyt po sledovanom výrobku opísaný lineárnou cenovo-odbytovou funkciou:

$$P(Q) = 60 - 2Q$$

Príklad 8.7

Na trhu s homogénnym výrobkom pôsobia dvaja výrobcovia, z ktorých prvý má efektívnejšie technologické podmienky vyjadrené nižšími priemernými nákladmi, takže sa v rámci duopolu ujíma pozície cenového vodcu. Nákladové funkcie cenového vodcu a nasledovníka majú tvar:

$$TC_1(Q) = Q^2 + 4Q + 20$$

$$TC_2(Q) = Q^2 + 2Q + 15$$

Spotrebitelia sa na trhu správajú v súlade s cenovo-odbytovou funkciou:

$$P(Q) = 260 - 4Q$$

Úlohy:

a) Na základe analýzy vlastností nákladových funkcií rozhodnite a zdôvodnite, ktorá z firiem má reálnu ambíciu pôsobiť v duopole ako cenový vodca.

b) Vypočítajte optimálnu cenu a optimálny objem ponuky a zodpovedajúce tržby a zisk cenového vodcu a vypočítajte reziduálny dopyt za predpokladu, že cenový vodca sa rozhodne na trhu obsadiť trhový priestor s objemom ponuky $Q_{L\max} = 25$ jednotiek.

c) Vypočítajte optimálnu cenu a optimálny objem a zodpovedajúce tržby a zisk nasledovníka a vypočítajte, aké percento reziduálneho dopytu nasledovník pokryl.

Úloha a) Identifikácia cenového vodcu

Na trhu s homogénnym výrobkom pôsobia dvaja výrobcovia, z ktorých druhý má efektívnejšie technologické podmienky, vyjadrené nižšími priemernými nákladmi, takže sa v rámci duopolu ujíma pozície cenového vodcu. V rámci duopolu sa teda potenciálne kryštalizuje pozícia cenového vodcu. Nákladové funkcie:

Z analýz nákladových funkcií je zrejmé, že pre akékoľvek vyprodukované množstvo bude platiť:

$$TC_1(Q) > TC_2(Q)$$

Cena výrobku bude stanovená na úrovni marginálnych nákladov vodcu. Ak má byť druhá firma cenovým vodcom, musí byť schopná ponúknuť najlepšiu cenu, a teda aj minimálne náklady. Preskúmajme teda nerovnosť medzi marginálnymi nákladmi firiem, ak platí:

$$MC_1(Q) > MC_2(Q)$$

$$2Q + 4 > 2Q + 2 \quad \rightarrow \quad 4 > 2 \ \text{pre} \, \forall Q$$

Odvodená proporcia platí pre akúkoľvek hodnotu Q, a preto možno druhú firmu označiť za cenového vodcu. K analogickým záverom dôjdeme aj na základe analýzy fixných a variabilných nákladov duopolistov.

$$NF_1 = 20 > NF_2 = 15$$